

# Výukový program demonštrující matematický princip

Monika Švaralová  
Školitel: Pavel Petrovič

# Úvod

Chceš si precvičiť logiku a matematické dôkazy bez nudného písania do zošita?

Vstúpiť

## Problém

- Vymyslieť zaujímavú a interaktívnu výukovú webovú aplikáciu

## Inšpirácia

- Séria kníh **Škola mladých matematikov**
- Riešenie matematického problému – strom rozhodnutí
- Matematické dôkazy

## Nápad

- Riešenie dôkazov viet v **Boolovej algebre**

2. úloha

Dokážte, že  $x \vee x = x$

Začať odznova

$x \vee x$

$x$

Tu sa nachádzajú pravidlá, o ktorých vieme, že **vždy platia**.

Axiómy

$a \vee b = b \vee a$  ▾

$a \wedge b = b \wedge a$  ▾

$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$  ▾

$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$  ▾

$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$  ▾

$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$  ▾

$a \vee 0 = a$  ▾

Lokálne odvodené vety (pre túto úlohu)

Zatiaľ nie sú žiadne

Ovodené vety – vyriešené úlohy

Zatiaľ nie sú žiadne

Logika – vety

○ 1

○ 2. úloha

○ 3

○ 4

○ 5

○ 6

○ 7

○ 8

○ 9

○ 10

# Ciel'

## Matematické dôkazy v Boolovej algebre

- Interaktívny výukový program na precvičenie **matematického myslenia**
- Program **kontroluje správnosť**, používateľ má však stále voľnosť pri riešení
- Zatiaľ žiadne podobné programy
- Najjednoduchšie, priame dôkazy – Boolova algebra
- Na začiatku **tutoriál**

Začať ▶

Logika – vety

Logika – príklady

Pre uloženie riešení a skóre je potrebné sa prihlásiť cez Google.

# Úlohy v aplikácii

- K dispozícii sú **axiómy** Boolovej algebry
- Modul **Logika – vety**: Séria viet Boolovej algebry, ak používateľ dokáže vetu, má ju ďalej k dispozícii
- Modul **Logika – príklady**: viac priamočiare riešenia, dostupné aj všetky vety z predošlého modulu



## Skupiny

Skupiny umožňujú učiteľovi sledovať výsledky

## Moje skupiny

Nie ste členom žiadnej skupiny. Môžete sa pr

## Pridať sa do skup

Vyhľadávanie skupín

škola

Vybrať...

## Vytvoriť skupinu

+ Nová skupina

### Vytvoriť skupinu

Škola f

FIT STU

FMM UK

Názov

Napr. ročník, trieda, pred

## Ďalšie funkcie

### Prihlasovanie cez Google

- Google API – protokol **OAuth 2.0**

### Ukladanie riešení

- Pre prihláseného aj neprihláseného používateľa – **databáza**, resp. cookies
- Aj **postupy** riešení – pre prihláseného

### Používateľské skupiny

- **Pre učiteľov**, aby si mohli pozrieť skóre žiakov
- Vytvorenie skupiny, vyhľadávanie podľa školy

# Ukážka výsledného programu [video]

**Matematické dôkazy** Úlohy Monika Švaralová Skóre: 10

### 2. úloha

Dokážte, že  $x \vee x = x$  Začať odznova

$$\begin{aligned} &x \vee x \\ &= \\ &(x \vee x) \wedge 1 \\ &= \\ &(x \vee x) \wedge (x \vee (\neg x)) \end{aligned}$$
Zmazať posledný krok

$x$

Tu sa nachádzajú pravidlá, o ktorých vieme, že **vždy platia**.

#### Axiómy

- $a \vee b = b \vee a$
- $a \wedge b = b \wedge a$
- $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$
- $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$
- $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$
- $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$
- Použiť na úpravu výrazu \*\*\*
- Odvodiť vetu \*\*\*
- $a \wedge 1 = a$
- $a \vee (\neg a) = 1$
- $a \wedge (\neg a) = 0$

#### Lokálne odvodené vety (pre túto úlohu)

- $(a \vee a) \wedge 1 = a \vee a$

#### Ovodené vety – vyriešené úlohy

- $a \vee (a \wedge 1) = (a \vee a) \wedge 1$

**Logika – vety** 1 2. úloha 3 4 5 6 7 8 9 10

# Riešenie úloh

## Pravidlá odvodzovania formúl výrokovej logiky

1. Pravidlo **modus ponens**
2. Pravidlo **substitúcie**
3. Pravidlo **nahradenia ekvivalentných podformúl**

### Použiť tautológiu na úpravu výrazu

Pravidlo nahradenia ekvivalentných podformúl

$$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$$

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

Použiť na úpravu výrazu \*\*\*

Odvodíť vetu \*\*\*

$$a \wedge 1 = a$$

### Odvodíť novú tautológiu

Pravidlo substitúcie

---

# Technologie

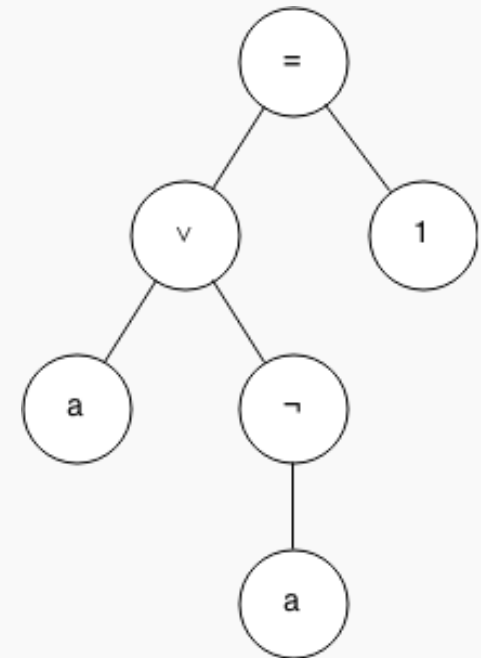




# Vnútorná štruktúra client-side

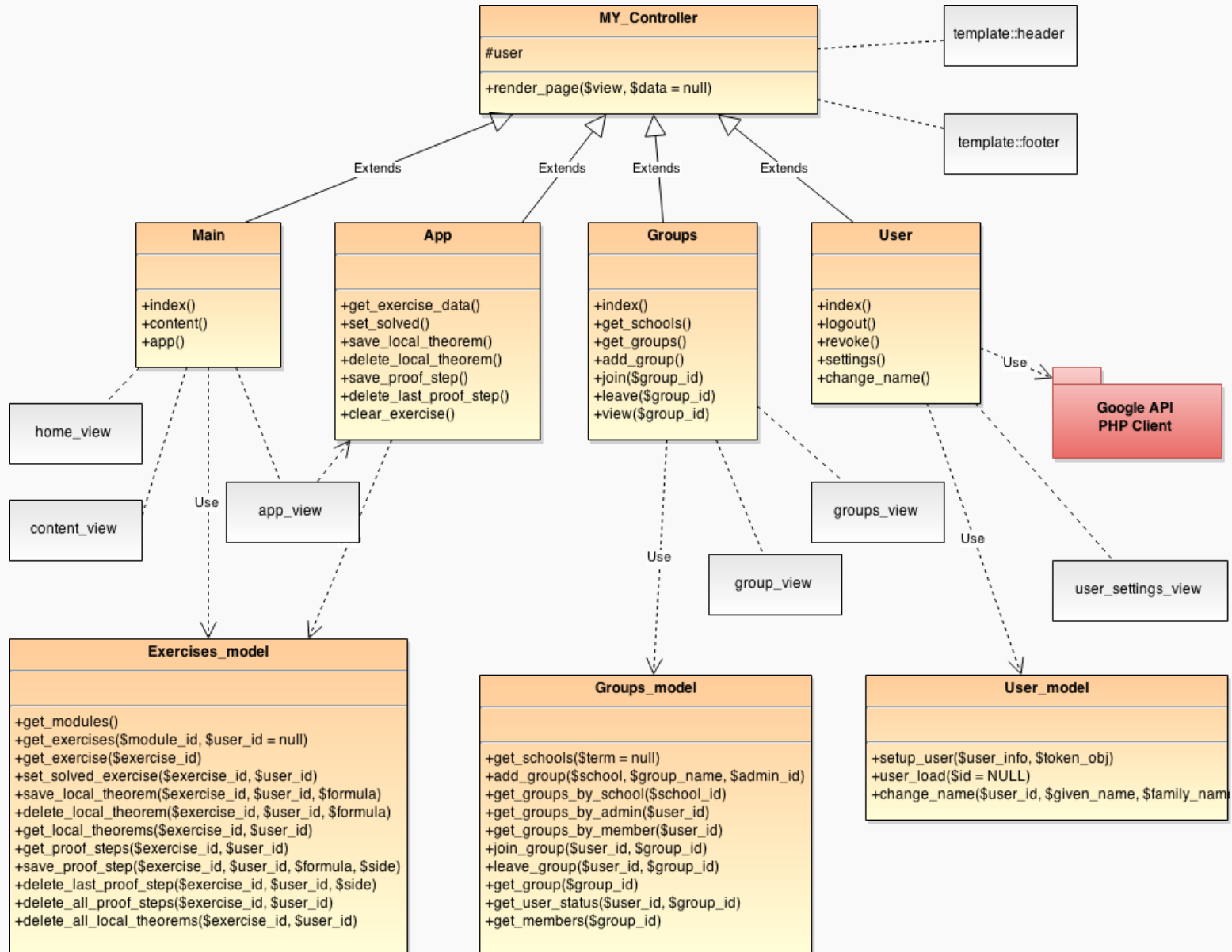
## Triedy

- **App** – jediná inštancia
  - Inicializuje aplikáciu
  - **Naväzuje udalosti a reakcie** na ne pomocou jQuery
  - Komunikuje so serverom cez AJAX volania
- **Formula** – každý výraz a rovnica je objektom tejto triedy
  - Atribút **content** – výraz reprezentovaný ako **strom** (Expression tree)
  - Metódy:
    - Nájdenie **všetkých** možných **nahradení podformuly** s použitím zvolenej tautológie
    - **Odvedenie novej tautológie** substitúciou výrazov za premenné
    - Generovanie zápisu vo formáte TeX



Obr. Strom výrazu  $a \vee \neg a = 1$

# Vnútorná štruktúra server-side



Obr. Triedny diagram – MVC architektúra na strane servera

# Testovanie

- So študentami predmetu **Matematická logika** na **FIIT STU**

**16** študentov sa prihlásilo do aplikácie cez Google

**9** vyplnilo **dotazník**



**7 z 9** priemer vyriešených úloh

## 6. úloha

Dokážte, že  $\neg(\neg x) = x$

Začať odznova

$$\begin{aligned} & \neg(\neg x) \\ &= \\ & (\neg(\neg x)) \vee 0 \\ &= \\ & (\neg(\neg x)) \vee (x \wedge (\neg x)) \\ &= \\ & ((\neg(\neg x)) \vee x) \wedge ((\neg(\neg x)) \vee (\neg x)) \\ &= \\ & ((\neg(\neg x)) \vee x) \wedge 1 \\ &= \\ & ((\neg(\neg x)) \vee x) \wedge (x \vee (\neg x)) \\ &= \\ & x \vee ((\neg(\neg x)) \wedge (\neg x)) \\ &= \\ & x \vee 0 \\ &= \\ & x \end{aligned}$$

Tu sa nachádzajú pravidlá, o ktorých vieme, že **vždy platia**.

### Axiómy

$$a \vee b = b \vee a$$

$$a \wedge b = b \wedge a$$

$$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$$

$$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$$

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

$$a \vee 0 = a$$

$$a \wedge 1 = a$$

$$a \vee (\neg a) = 1$$

$$a \wedge (\neg a) = 0$$

### Lokálne odvodené vety (pre túto úlohu)

$$(\neg a) \vee 0 = \neg a$$

$$\neg(\neg a) \vee 0 = \neg(\neg a)$$

$$(\neg a) \vee (b \wedge (\neg c)) = ((\neg a) \vee b) \wedge ((\neg a) \vee (\neg c))$$

$$\neg(\neg a) \vee (b \wedge (\neg c)) = ((\neg(\neg a)) \vee b) \wedge ((\neg(\neg a)) \vee (\neg c))$$

$$(\neg a) \vee (\neg(\neg a)) = 1$$

$$a \vee ((\neg b) \wedge (\neg c)) = (a \vee (\neg b)) \wedge (a \vee (\neg c))$$

$$a \vee ((\neg(\neg b)) \wedge (\neg c)) = (a \vee (\neg(\neg b))) \wedge (a \vee (\neg c))$$

$$(\neg a) \wedge (\neg(\neg a)) = 0$$

# Záver

## Prínos práce

- Interaktívna výuková aplikácia na dokazovanie jednoduchých viet
- Precvičenie matematického a **logického myslenia**, nájdenie vlastného riešenia

## Ďalšie možné rozšírenia

- Možnosť pridať nové spôsoby dokazovania, ďalšie typy príkladov či oblasti matematiky

Ďakujem za pozornosť.